

# ANALISIS PEMAHAMAN INTEGRAL TAKTENTU BERDASARKAN TEORI APOS (ACTION, PROCESS, OBJECT, SCHEME) PADA MAHASISWA TADRIS MATEMATIKA (TMT) IAIN TULUNGAGUNG.

Ummu Sholihah & Dziki Ari Mubarak

IAIN Tulungagung

email: ummu2280@yahoo.com dan aridziki@yahoo.co.id

**Abstract:** *This research aims to describe the understanding of mathematics Tadrir students of IAIN Tulungagung about indefinite integral understanding of APOS theory. The subjects of research are six students. Each two have high, average, and low abilities. The result of the research indicated that the understanding of mathematics Tadrir (TMT) students of IAIN Tulungagung about indefinite integral understanding on action aspect of APOS theory, high students achieve all of understanding indicators, for average students also achieve all of understanding indicators, meanwhile for low students achieve one indicator of two indicators. On process aspect, high students achieve all of understanding indicators and average students achieve all of understanding indicators too. Meanwhile low students achieve one indicator of three indicators. On object aspect, high students achieve all of understanding indicators and average students achieve one indicator of three understanding indicators. Meanwhile for low students do not achieve all of understanding indicators. On scheme aspect, high students achieve all of understanding indicators and for average students achieve two understanding indicators. Meanwhile for low students achieve only one indicators.*

**ملخص:** حاولت هذه المقالة عرض فهم طلاب قسم تعليم الرياضيات في الجامعة الإسلامية الحكومية تولونج أغونج، عن التكاملات إلى أجل غير مسمى على أساس نظرية APOS. وللوصول إلى الأهداف، أتبع هذا البحث المنهج الكيفي، بعرض نتائج استيعاب الفهم على أساس نظرية APOS. ومصادر البيانات لهذا البحث هي ستة طلاب: طالبان ذكيان، وطالبان متوسطان في الذكاء وطالبان ضعيفان. دلت نتائج البحث على أن فهم طلاب تدريس الرياضيات في الجامعة الإسلامية الحكومية تولونج أغونج عن التكاملات إلى أجل غير مسمى في مرحلة التطبيق كان الطالبان الذكيان توفرت فيهما جميع مؤشرات الفهم، وتوفر جميع مؤشرات الفهم كذلك في الطالبين المتوسطين في الذكاء، أما في الطالبين الضعيفين فتوفرت فيهما مؤشرة واحدة فقط. وأما في مرحلة العملية فإن الطالبين الذكيين توفرت فيهما جميع مؤشرات الفهم، وفي الطالبين المتوسطين ذكاء فتوفر فيهما جميع مؤشرات الفهم كذلك، أما في الطالبين الضعيفين فتوفرت فيهما مؤشرة واحدة فقط من ثلاث مؤشرات. وفي مرحلة الموضوع، فإن الطالبين الذكيين توفر فيهما جميع مؤشرات الفهم، والطالبان

المتوسطان فتوفّر فيهما مؤشّرة واحدة فقط من ثلاث مؤشّرات الفهم، وأما الطالبان الضعيفان فلا تتوفّر فيهما أية مؤشّرة من ثلاث مؤشّرات الفهم. وأما في مرحلة التخطيط فإن الطالبين الذكيين توفّرت فيهما جميع مؤشّرات الفهم، وفي الطالبين المتوسطين توفّرت فيهما مؤشّرتان فقط، وأما في الطالبين الضعيفين فتوفّرت فيهما مؤشّرة واحدة فقط.

**Keywords:** Matematika, pemahaman, integral taktentu, APOS

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu *universal* yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan mengembangkan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika di bidang teori bilangan, aljabar, analisis, teori peluang dan matematika diskrit. Untuk menguasai dan mencipta teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini.

Pembelajaran Matematika di perguruan tinggi mempunyai peranan yang sangat penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir, memecahkan masalah dan kemandirian mahasiswa. Pembelajaran Matematika di perguruan tinggi perlu diberi penekanan pada aspek: pemahaman konsep dengan baik dan benar, kekuatan bernalar Matematika, keterampilan dalam teknik dan metode dalam Matematika, dan kemampuan belajar mandiri.<sup>1</sup> Pemahaman terhadap suatu konsep Matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi terhadap objek-objek Matematika. Konstruksi atau rekonstruksi tersebut dilakukan melalui aktivitas berupa aksi-aksi Matematika, proses-proses, objek-objek yang diorganisasikan dalam suatu skema untuk memecahkan suatu permasalahan.<sup>2</sup>

Tujuan pembelajaran Matematika di perguruan tinggi untuk memperoleh pengetahuan dasar dan pola pikir Matematika, dalam bentuk: (1) tertatanya pola pikir ilmiah yang kritis, logis, dan sistematis, (2) terlatihnya daya nalar dan kreativitas setelah mempelajari berbagai strategi dan taktik dalam pemecahan masalah kalkulus, (3) terlatih dalam merancang model Matematika sederhana, (4) terampil dalam teknik Matematika yang baku dengan didukung oleh konsep,

---

<sup>1</sup> M Anshar, dan Sembiring RK. *Hakekat Pembelajaran Matematika di Perguruan Tinggi*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Depdiknas, 2000), 15.

<sup>2</sup> Dubinsky, *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. <http://ltsn.mathstore.ac.uk/newsletter/may 2001/pdf/learning.pdf>, (diakses tanggal 3 April 2015), 6.

penalaran, rumus, dan metode yang benar.<sup>3</sup> Salah satu materi Matematika di perguruan tinggi yang memerlukan semua ini adalah Kalkulus Integral.

Kalkulus Integral merupakan salah satu mata kuliah wajib pada Jurusan Tadris Matematika yang memiliki bobot 2 sks. Mata kuliah ini bertujuan untuk membekali mahasiswa tentang konsep integral, teknik pengintegralan, integral fungsi transeden, dan integral tidak wajar. Kompetensi yang diharapkan dalam Kalkulus adalah: (1) memahami konsep integral taktentu dan integral tentu serta terampil menggunakannya dalam memecahkan masalah, (2) memahami teknik-teknik pengintegralan serta terampil menggunakan dalam memecahkan masalah, (3) memahami konsep integral tidak wajar serta terampil menggunakan dalam memecahkan masalah. Selain itu, kalkulus merupakan salah satu mata kuliah yang mempunyai peranan yang penting dalam menyelesaikan masalah Matematika, fisika, kimia, biologi, teknik, pertanian, dan ekonomi. Oleh karena itu, kemampuan mahasiswa untuk memahami materi kalkulus sangat penting ditanamkan pada mahasiswa Tadris Matematika.

Namun kenyataannya menunjukkan bahwa pembelajaran kalkulus selama ini masih berorientasi pada dominasi dosen dalam menjelaskan materi dan mahasiswa lebih banyak diajak untuk menggunakan rumus-rumus atau sifat-sifat (*teorema*) yang telah disajikan. Namun mahasiswa kurang diajak untuk menjelaskan atau menginterpretasi, menjelaskan hubungan, mengidentifikasi keberlakuan suatu definisi, *teorema* serta menginterpretasikan dalam Matematika dan bidang yang lain. Akibatnya pemahaman mahasiswa terhadap konsep (definisi, *teorema*) pada kalkulus masih sangat lemah. Kegiatan pembelajaran juga tidak berjalan sebagaimana mestinya dikarenakan mahasiswa tidak dapat mengonstruksi pengetahuan secara optimal melalui aktivitas komputer. Akibatnya mahasiswa lebih tertarik membahas dan mendiskusikan menyusun program komputer yang benar dibandingkan dengan membahas atau mendiskusikan konsep yang termuat dalam program komputer tersebut.

Menghadapi kendala tersebut maka diperlukan kegiatan yang dapat mengganti aktivitas di laboratorium komputer. Aktivitas yang diajukan adalah pemberian tugas yang memiliki peran yang sama seperti aktivitas yang dilakukan pada aktivitas di laboratorium komputer. Model pembelajaran yang memanfaatkan lembar kerja tugas sebagai panduan aktivitas siswa dalam kerangka model pembelajaran APOS untuk selanjutnya akan disebut model pembelajaran *Modifikasi-APOS (M-APOS)*. Menurut Asiala teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip

---

<sup>3</sup> K. Martono, *Kalkulus*, (Jakarta: Erlangga, 1999), 1.

Matematika, yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema.<sup>4</sup>

Berdasarkan uraian di atas, perlunya dilakukan penelitian tentang “Analisis Pemahaman Tentang Integral Taktentu Berdasarkan teori APOS pada Mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung”. Hal ini dalam menjawab bagaimana mengimplementasikan teori ini untuk membantu proses pembelajaran Matematika? Tulisan ini akan memaparkan kedua hal ini, yaitu konstruksi konsep matematika dan pendekatan pembelajaran. Adapun fokus penelitian yang diangkat adalah bagaimana pemahaman mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung tentang Integral Taktentu berdasarkan teori APOS pada tahap aksi, proses, objek, dan tahap skema.

## METODE PENELITIAN

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan penelitian kualitatif. Pendekatan kualitatif digunakan dengan alasan untuk memperoleh data verbal, yang berupa ungkapan mahasiswa, ketika mahasiswa menyelesaikan tes tulis berupa masalah Matematika. Data verbal yang diperoleh digunakan untuk menjelaskan proses berpikir mahasiswa dalam mengkonstruksi pengetahuan. Adapun Jenis penelitian ini dapat dikategorikan sebagai penelitian deskriptif eksploratif yaitu mendeskripsikan hasil eksplorasi pemahaman berdasarkan teori APOS.

Kehadiran peneliti di tempat penelitian sangat diperlukan sebagai instrumen utama. Dalam hal ini, peneliti bertindak sebagai pelaksana semua kegiatan penelitian dari observasi sampai pada tahap yang paling akhir. Penelitian ini dilaksanakan di Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Jurusan Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung.

Data yang akan dikumpulkan dalam penelitian ini meliputi: 1) Hasil rekaman gambar dari subjek penelitian, ketika menyelesaikan tes tulis; 2) Lembar jawaban mahasiswa pada saat menyelesaikan tes tulis; 3) Hasil wawancara peneliti dengan subyek penelitian. Sumber data dalam penelitian ini adalah 6 mahasiswa yang terdiri 2 mahasiswa berkemampuan tinggi, 2 mahasiswa berkemampuan sedang, dan 2 mahasiswa berkemampuan rendah. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester 3 Jurusan Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung semester ganjil yang sedang menempuh mata kuliah Kalkulus

---

<sup>4</sup> Asiala, M. et al. “A Framework for Reseach and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education”. *Reseach in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issue in Mathematics Education*, 1990, 6.

Integral. Data pada penelitian ini dikumpulkan secara langsung oleh peneliti, sehingga instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri yang dibantu dengan instrumen bantu berupa instrumen bantu pertama berupa tes tulis yang digunakan untuk mengumpulkan data tertulis mengenai pemahaman materi integral taktentu berdasarkan teori APOS, dan instrumen bantu kedua berupa pedoman wawancara.

## KAJIAN TEORI

### Konsep APOS

Teori APOS adalah teori yang diperkenalkan oleh Dubinsky. Menurut Dubinsky teori APOS menguraikan tentang bagaimana kegiatan mental seorang anak yang berbentuk aksi (*actions*), proses (*processes*), objek (*objects*), dan skema (*schema*) ketika mengkonstruksi konsep matematika.<sup>5</sup> Teori APOS adalah suatu teori pembelajaran yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok, dan memperhatikan konstruksi mental yang dilakukan oleh siswa dalam memahami suatu konsep matematis.

Implementasi teori APOS dalam pembelajaran dilaksanakan dengan menggunakan siklus ADL (*aktivitas, diskusi kelas, latihan soal*) yang merupakan terjemahan dari siklus ACE (*activities, class discussion, exercises*). Pelaksanaan pembelajaran berdasarkan siklus ADL meliputi tiga fase, yaitu fase aktivitas, fase diskusi kelas dan fase latihan soal. Teori APOS ini hadir sebagai upaya untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget untuk menggambarkan perkembangan berpikir logis anak, dan memperluas ide ini untuk konsep-konsep Matematika lanjut.

Teori APOS diawali dengan hipotesis yang dinyatakan oleh Dubinsky & McDonald<sup>6</sup> yaitu:

*An individual mathematical knowledge is her or his tendency to respond to perceived mathematical problem situations by constructing mental actions, processes, and objects and organizing them in schemas to make sense of the situations and solve the problems. In reference to these mental constructions we call it APOS Theory.*

---

<sup>5</sup> Dubinsky, *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. <http://itsn.mathstore.ac.uk/newsletter/may2001/pdf/learning.pdf>, diakses tanggal 3 April 2015, 6.

<sup>6</sup> Dubinsky and M. McDonald, APOS: A Constructivist Theory of Learning, in Undergraduate Mathematics Education Research, in D. Holton, *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, 275-282 diakses 5 Maret 2015.

*Aksi* merupakan transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan. Pada tingkat *aksi*, individu masih memerlukan instruksi tahap demi tahap dalam melakukan operasi. *Proses* adalah suatu konstruksi mental yang terjadi secara internal yang diperoleh ketika seseorang sudah bisa melakukan tingkat *aksi* secara berulang kali. *Objek* dikonstruksi dari *proses* ketika individu telah mengetahui bahwa *proses* sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada *proses* tersebut. *Skema* merupakan suatu totalitas pemahaman individu terhadap suatu konsep. Pada tingkat *skema*, individu sudah dapat membedakan yang termasuk dalam fenomena dan yang tidak.

Teori APOS ini sangat bermanfaat untuk memahami bagaimana siswa/mahasiswa belajar suatu topik Matematika diantaranya kalkulus, aljabar abstrak, statistika, dan lain-lain.<sup>7</sup> Teori APOS dapat digunakan sebagai suatu alat analisis untuk mendeskripsikan perkembangan skema seseorang pada suatu topik Matematika yang merupakan totalitas dari pengetahuan yang terkait (secara sadar atau tak sadar) terhadap topik tersebut. Teori APOS yang telah digunakan dalam beberapa penelitian mengenai pemahaman mahasiswa dan siswa tentang berbagai topik Matematika. Pada penelitian pemahaman mahasiswa tentang konsep dalil rantai yang dilakukan oleh Clark yang dinyatakan bahwa kerangka teori APOS dapat bermanfaat dalam menginterpretasikan tingkat pemahaman mahasiswa. McDonald dalam Weller, juga berhasil menggunakan teori APOS untuk menyelidiki tingkat pemahaman mahasiswa tentang konsep barisan. Demikian juga Widada menggunakan teori APOS untuk meneliti dan menganalisis pengetahuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah tentang sketsa grafik fungsi dan kekonvergenan barisan tak hingga. Selain itu, Zazkis & Campbell menyatakan bahwa kerangka teori APOS telah digunakan untuk menganalisis perkembangan berpikir mahasiswa dalam mempelajari topik fungsi dan grup, serta topik-topik Matematika diskrit.<sup>8</sup>

Dari pengertian di atas dapat digaribawahi bahwa teori APOS dapat dijadikan sebagai suatu alat analisis yang digunakan peneliti untuk mengetahui tingkat pemahaman pada topik kalkulus. Sedangkan pada dasarnya, kita dapat mendefinisikan kalkulus sebagai kajian tentang limit/integral.<sup>9</sup>

Langkah-langkah pembelajaran yang berpijak pada teori APOS antara lain sebagai berikut: (1). Pada permulaan pembelajaran, guru hendaknya

---

<sup>7</sup> Dubinsky & McDonal. "APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research". diakses 5 Maret 2015.

<sup>8</sup> R. Soedjadi, *Masalah Kontekstual Sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah*, (Surabaya: Pusat Sains dan Matematika Sekolah (PSMS) Unesa, 2007), 26.

<sup>9</sup> Edwin J. Purcell, and Dale Verberg, *Kalkulus dan Geometri*, (Jakarta: Erlangga, 1978), 63.

mendorong anak untuk melakukan kegiatan menganalisis masalah-masalah yang berkaitan dengan konsep yang akan diberikan dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dimiliki anak sehingga pikiran anak akan fokus pada konsep matematika yang dipelajarinya. Kegiatan ini akan memicu anak untuk memiliki aksi. (2). Ketika proses pembelajaran, guru harus bertindak sebagai fasilitator dan memberikan petunjuk secara tidak langsung sehingga anak terdorong untuk melakukan pembahasan konsep matematika lebih mendalam dan lebih umum. Kegiatan ini akan memicu anak untuk memiliki proses konsep matematika. Selanjutnya, bila diperlukan guru harus melakukan intervensi secara tidak langsung sehingga anak dapat menemukan atau mensintesis sifat-sifat konsep matematika. Kegiatan ini akan memicu anak untuk memiliki obyek konsep matematika. (3). Di akhir pembelajaran, guru harus memberikan tugas penerapan konsep dan Tugas mengkonstruksi contoh-contoh konsep matematika yang memenuhi syarat-syarat tertentu. Kegiatan ini akan memicu anak untuk memiliki skema konsep matematika.

### Konsep Pemahaman Matematika

Pemahaman konsep sangat penting, karena dengan penguasaan konsep akan memudahkan siswa dalam mempelajari matematika. Pada setiap pembelajaran diusahakan lebih ditekankan pada penguasaan konsep agar siswa memiliki bekal dasar yang baik untuk mencapai kemampuan dasar yang lain seperti penalaran, komunikasi, koneksi dan pemecahan masalah.

Penguasaan konsep merupakan tingkatan hasil belajar siswa sehingga dapat mendefinisikan atau menjelaskan sebagian atau mendefinisikan bahan pelajaran dengan menggunakan kalimat sendiri. Dengan kemampuan siswa menjelaskan atau mendefinisikan, maka siswa tersebut telah memahami konsep atau prinsip dari suatu pelajaran meskipun penjelasan yang diberikan mempunyai susunan kalimat yang tidak sama dengan konsep yang diberikan tetapi maksudnya sama

Pemahaman adalah kemampuan untuk menangkap makna dari bahan yang dipelajari. Kemampuan internal yang dituntut dalam pemahaman antara lain: *Pertama*, translasi, yaitu kemampuan menterjemahkan atau mengubah ide-ide dari bentuk yang satu ke bentuk yang lain yang ekuivalen. *Kedua*, interpelasi, yaitu kemampuan mengidentifikasi atau memahami ide-ide utama yang tercakup dalam suatu komunikasi permasalahan, maupun pengertian tentang hubungan antara ide-ide tersebut. *Ketiga*, ekstrapolasi yaitu kemampuan memperluas kecenderungan atau tendensi di luar data yang diketahui.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> H. Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990), 4.

Mengingat pentingnya pemahaman konsep tersebut, Menurut Hiebert dan Carpenter<sup>11</sup> dalam M. Rif'at. Pengajaran yang menekankan kepada pemahaman mempunyai sedikitnya lima keuntungan, yaitu:

1. Pemahaman memberikan generative artinya bila seorang telah memahami suatu konsep, maka pengetahuan itu akan mengakibatkan pemahaman yang lain karena adanya jalinan antar pengetahuan yang dimiliki siswa sehingga setiap pengetahuan baru melalui keterkaitan dengan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya.
2. Pemahaman memacu ingatan artinya suatu pengetahuan yang telah dipahami dengan baik akan diatur dan dihubungkan secara efektif dengan pengetahuan-pengetahuan yang lain melalui pengorganisasian skema atau pengetahuan secara lebih efisien di dalam struktur kognitif berfikir sehingga pengetahuan itu lebih mudah diingat.
3. Pemahaman mengurangi banyaknya hal yang harus diingat artinya jalinan yang terbentuk antara pengetahuan yang satu dengan yang lain dalam struktur kognitif siswa yang mempelajarinya dengan penuh pemahaman merupakan jalinan yang sangat baik.
4. Pemahaman meningkatkan transfer belajar artinya pemahaman suatu konsep matematika akan diperoleh siswa yang aktif menemukan keserupaan dari berbagai konsep tersebut. Hal ini akan membantu siswa untuk menganalisis apakah suatu konsep tertentu dapat diterapkan untuk suatu kondisi tertentu.
5. Pemahaman mempengaruhi keyakinan siswa artinya siswa yang memahami matematika dengan baik akan mempunyai keyakinan yang positif yang selanjutnya akan membantu perkembangan pengetahuan matematikanya.

Menurut Hudojo indikator yang termuat dalam pemahaman konsep diantaranya:<sup>12</sup>

1. Mampu menerangkan secara verbal mengenai apa yang telah dicapainya
2. Mampu menyajikan situasi matematika kedalam berbagai cara serta mengetahui perbedaan,
3. Mampu mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut,
4. Mampu menerapkan hubungan antara konsep dan prosedur,
5. Mampu memberikan contoh dan contoh kontra dari konsep yang dipelajari,

---

<sup>11</sup> M. Rif'at, "Analisis Tingkat Deduksi dan Rigoritas Susunan Bukti Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika IKIP Malang". Tesis tidak diterbitkan, (Malang: PPS IKIP Malang, 1997).

<sup>12</sup> H. Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, 4.

6. Mampu menerapkan konsep secara algoritma,
7. Mampu mengembangkan konsep yang telah dipelajari.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Data penelitian dianalisis untuk memperoleh deskripsi pemahaman tentang integral tertentu berdasarkan teori APOS pada mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung. Sebagaimana dijelaskan dalam kajian teori bahwa teori APOS adalah elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema. Berikut penjelasan dan analisis berkaitan dengan tahapan-tahapan teori APOS yaitu yang meliputi aksi (*Action*), Proses (*Process*), Objek (*Object*), dan Skema (*Schema*).

### 1. Tahap Aksi

Tahapan *aksi* merupakan suatu aktivitas berupa pengulangan fisik atau manipulasi mental yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit. Aksi ini merupakan reaksi dari rangsangan yang subjek terima dari eksternal. Aksi dapat dimaksudkan sebagai transformasi fisik atau mental dari objek untuk memperoleh objek lain. Pemahaman mahasiswa pada tahap *aksi* ini sebagai berikut:

- a. Mahasiswa berkemampuan tinggi mampu: a) mendefinisikan suatu materi yang baru yaitu tentang antiturunan/integrasi dengan mengaitkan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya yaitu diferensial/turunan. b) Mampu membuat kaitan antara hal yang diketahui  $F'(x)$  atau  $F''(x)$  dan hal yang ditanyakan untuk menyelesaikan soal yaitu mencari  $F(x)$
- b. Mahasiswa berkemampuan sedang mampu: a) mendefinisikan suatu materi yang baru yaitu antiturunan/integrasi dengan mengaitkan pengetahuan yang sudah ada atau sebelumnya yaitu diferensial, b) membuat kaitan antara hal yang diketahui dan hal yang ditanyakan untuk menyelesaikan soal antiturunan.
- c. Mahasiswa berkemampuan rendah mampu: a) membuat kaitan antara hal yang diketahui yaitu  $F'(x)$  atau  $F''(x)$  dan hal yang ditanyakan yaitu  $F(x)$  untuk menyelesaikan soal, b) belum paham dengan materi prasyarat tentang diferensial bentuk-bentuk fungsi rasional, dan fungsi akar, c) belum mampu menghubungkan materi prasyarat dengan materi yang baru.

## 2. Tahap Proses

Apabila aksi dilakukan secara berulang, dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut diinteriorisasi menjadi *proses*, yaitu suatu konstruksi internal yang dilakukan pada aksi yang sama tetapi sekarang tidak perlu langsung dari rangsangan eksternal. Pemahaman mahasiswa berdasarkan teori APOS pada tahap Proses (*Prosess*) sebagai berikut:

- a. Mahasiswa berkemampuan tinggi mampu: a) mengklasifikasi obyek-obyek menurut teorema-teorema pada integral taktentu, mampu menerapkan teorema-teorema/sifat-sifat integral taktentu dalam menyelesaikan soal, b) menggunakan teknik-teknik integral taktentu yaitu teknik substitusi ataupun teknik sederhana dalam proses pengerjaan, c) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dan menyelesaikan soal integral taktentu dengan tepat sesuai dengan prosedur.
- b. Mahasiswa berkemampuan sedang mampu: a) mengklasifikasi obyek-obyek menurut sifat-sifat/teorema-teorema tertentu (sesuai dengan konsepnya), b) menerapkan teorema-teorema/sifat-sifat dalam menyelesaikan soal, c) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur.
- c. Mahasiswa berkemampuan rendah mampu: a) mengklasifikasi obyek-obyek menurut teorema-teorema pada integral taktentu (sesuai dengan konsepnya), b) mampu menerapkan teorema-teorema/sifat-sifat dalam menyelesaikan soal khususnya pada integral pada bentuk trigonometri dan integral pada bentuk fungsi rasional, c) belum mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur

## 3. Tahap Objek

Mahasiswa dikatakan berada pada tahap objek apabila dapat menyelesaikan soal yang diberikan dengan tepat. Pemahaman mahasiswa berdasarkan teori APOS pada tahap objek (*object*) sebagai berikut:

- a. Mahasiswa berkemampuan tinggi mampu: a) mengorganisasikan dan memanipulasi fakta dari teorema integral untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan, b) membuat koneksi antara fakta (definisi diferensial) dengan unsur dari konklusi (teorema integral taktentu) yang hendak dibuktikan, c) membuktikan teorema integral taktentu secara matematis dan prosedural.
- b. Mahasiswa berkemampuan sedang mampu: a) mengorganisasikan dan memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran suatu teorema dari

integral tak tentu, b) mampu membuat koneksi antara fakta (definisi diferensial) dengan unsur dari konklusi (teorema integral tak tentu) yang hendak dibuktikan, c) mampu membuktikan teorema integral tak tentu secara matematis dan procedural.

- c. Mahasiswa berkemampuan rendah: a) belum mampu mengorganisasikan dan memanipulasi fakta dari teorema integral untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan, b) belum mampu membuat koneksi antara fakta (definisi diferensial) dengan unsur dari konklusi (teorema integral tak tentu) yang hendak dibuktikan, c) belum mampu membuktikan teorema integral tak tentu secara matematis dan prosedural.

#### 4. Tahap Skema

Tahap ini terlihat jika mahasiswa mampu menyelesaikan semua soal dengan benar, maka mahasiswa sudah berada pada tahapan skema (*schema*). Berdasarkan data, pemahaman mahasiswa berdasarkan teori APOS pada tahap skema (*scheme*) sebagai berikut:

- a. Mahasiswa berkemampuan tinggi mampu: a) merubah kalimat verbal ke dalam kalimat Matematika, b) menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, b) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur, c) menyelesaikan model Matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari suatu permasalahan, serta mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.
- b. Mahasiswa berkemampuan sedang mampu: a) merubah kalimat verbal ke dalam kalimat Matematika, b) menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, c) mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur, d) belum mampu menyelesaikan model Matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari suatu permasalahan, serta mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.
- c. Mahasiswa berkemampuan rendah mampu: a) merubah kalimat verbal ke kalimat Matematika, b) mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur, c) belum mampu menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, d) belum mampu menyelesaikan model Matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema

lain dari suatu permasalahan, serta mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.

Berdasarkan hasil pekerjaan tertulis, hasil wawancara, dan analisis data, penelitian ini menunjukkan bahwa pada tahap aksi (*action*) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator pemahaman, pada mahasiswa berkemampuan sedang juga memenuhi semua indikator pemahaman, sedangkan pada mahasiswa berkemampuan rendah hanya dapat memenuhi 1 indikator dari 2 indikator pemahaman pada tahap Aksi.

Pada tahap proses (*process*) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator pemahaman, pada mahasiswa berkemampuan sedang juga memenuhi semua indikator pemahaman, sedangkan pada mahasiswa berkemampuan rendah hanya dapat memenuhi 1 indikator dari 3 indikator pemahaman pada tahap proses.

Pada tahap objek (*object*) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator pemahaman, pada mahasiswa berkemampuan sedang hanya memenuhi 1 indikator dari 3 indikator paham, sedangkan pada mahasiswa berkemampuan rendah tidak memenuhi semua indikator pemahaman.

Pada tahap skema (*scheme*) mahasiswa berkemampuan tinggi memenuhi semua indikator pemahaman, pada mahasiswa berkemampuan sedang hanya memenuhi 2 indikator dari 4 indikator paham, sedangkan pada mahasiswa berkemampuan rendah memenuhi 1 indikator dari 4 indikator pemahaman.

## PENUTUP

Sebagai akhir dari pembahasan ini, berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pemahaman mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung tentang Integral Taktentu berdasarkan teori APOS pada tahap aksi (*action*), Mahasiswa berkemampuan tinggi dan kemampuan sedang mampu mengaitkan pengetahuan deferenisial/turunan  $F'(x)$  atau  $F''(x)$  dan hal yang ditanyakan untuk mencari  $F(x)$ . Sedangkang Mahasiswa berkemampuan rendah belum mampu mengkaitan antara hal yang diketahui yaitu  $F'(x)$  atau  $F''(x)$  dan hal yang ditanyakan yaitu  $F(x)$  untuk menyelesaikan soal.
2. Pemahaman mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung tentang Integral Taktentu berdasarkan teori APOS pada tahap proses (*process*), Mahasiswa berkemampuan tinggi dan berkemampuan sedang mampu mengklasifikasi obyek-obyek menurut teorema-teorema, mampu menerapkan teorema-teorema/sifat-sifat integral, dan mampu menggunakan,

- memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dan menyelesaikan soal integral taktentu dengan tepat sesuai dengan prosedur sedangkan Mahasiswa berkemampuan rendah mampu mengklasifikasi obyek-obyek menurut teorema-teorema pada integral taktentu (sesuai dengan konsepnya), tetapi belum mampu menerapkan teorema-teorema/sifat-sifat dalam menyelesaikan soal khususnya pada integral pada bentuk trigonometri dan integral pada bentuk fungsi rasional, dan belum mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dan menyelesaikan soal integral taktentu dengan tepat sesuai dengan prosedur
3. Pemahaman mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung tentang Integral Taktentu berdasarkan teori APOS pada tahap objek (*object*), Mahasiswa berkemampuan tinggi dan berkemampuan sedang mampu mengorganisasikan dan memanipulasi fakta dari teorema integral untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan, mampu membuat koneksi antara fakta (definisi diferensial) dengan unsur dari konklusi (teorema integral taktentu) yang hendak dibuktikan, mampu membuktikan teorema integral taktentu secara matematis dan prosedural. Sedangkan Mahasiswa berkemampuan rendah belum mampu mengorganisasikan dan memanipulasi fakta dari teorema integral untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan, belum mampu membuat koneksi antara fakta (definisi diferensial) dengan unsur dari konklusi (teorema integral taktentu) yang hendak dibuktikan, dan belum mampu membuktikan teorema integral taktentu secara matematis dan *procedural*.
  4. Pemahaman mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung tentang Integral Taktentu berdasarkan teori APOS pada tahap skema (*scheme*): Mahasiswa berkemampuan tinggi yaitu mampu merubah kalimat verbal ke dalam kalimat Matematika, mampu menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur, dan mampu menyelesaikan model Matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari suatu permasalahan, serta mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan. Sedangkan Mahasiswa berkemampuan rendah yaitu mampu merubah kalimat verbal ke kalimat Matematika, belum mampu menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur tertentu dengan menyelesaikan soal dengan tepat sesuai dengan prosedur, belum mampu menggunakan konsep serta prosedur dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari belum mampu menyelesaikan model Matematika yang telah terbentuk dengan

menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari s.uatu permasalahan, serta mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anshar, M, dan Sembiring RK, *Hakikat Pembelajaran Matematika di Perguruan Tinggi*, Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Depdiknas, 2000.
- Asiala, M, *et al.* "A Framework for Reseach and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education". *Reseach in Collegiate Mathematics Education II*, CBMS Issue in Mathematics Education, 6, 1 – 32, 1990.
- Dubinsky, E. and M. McDonald, "APOS: A Constructivist Theory of Learning, in Undergraduate Mathematics Education Research", in Holton, D. (Eds.), 2001, *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 275-282.
- Dubinsky, *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*.<http://itsn.mathstore.ac.uk/newsletter/may2001/pdf/learning.pdf>, (diakses tanggal 3April2015).
- K. Martono, *Kalkulus*, Jakarta: Erlangga, 1999.
- H. Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, Malang: IKIP Malang, 1990.
- Rif'at, M, *Analisis Tingkat Deduksi dan Rigoritas Susunan Bukti Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matema-tika IKIP Malang*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPS IKIP Malang, 1997.
- Purcell, E J dan Varberg, D. *Kalkulus dan Geometri Analitik*, Jakarta: Erlangga, 1978.
- R. Soedjadi, *Masalah Kontekstual Sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah*, Surabaya: Pusat Sains dan Matematika Sekolah (PSMS) Unesa, 2007.